

VİSKOELASTİK ZEMİNE OTURAN EĞRİ EKSENLİ KOMPOZİT ÇUBUKLARIN DİNAMİK ANALİZİ

Ümit N. Arıbaş¹, Merve Ermiş¹, Akif Kutlu¹, Nihal Eratlı¹ ve Mehmet H. Omurtag¹
¹İTÜ İnşaat Fakültesi, İstanbul

ABSTRACT

The subject of this study is to investigate the dynamic analysis of curved composite Timoshenko beams on resting viscoelastic foundation using the mixed finite element method. The degree of freedom of two noded curved element are three translations, three rotations, two shear forces, one axial force, two bending moment and one torque (12DOF). In order to solve the problems in frequency domain, the element matrices are transformed into Laplace space. The results are transformed back to time domain numerically by Modified Durbin's transformation algorithm. The proposed finite element formulation is verified by dynamic analysis of a planar curved Timoshenko beam on viscoelastic foundation and the finite element results are compared with the results available in the literature. As an original example, a parametric study is performed on the dynamic analysis of a curved composite beam resting on rocking effect included viscoelastic Pasternak foundation.

ÖZET

Bu çalışmanın amacı karışık sonlu yöntemi ile viskoelastik zemine oturan eğri eksenli kompozit Timoshenko çubuklarının dinamik analizidir. İki düğüm noktalı eğrisel elemanın serbestlik derecesi üç yer değiştirme, üç dönme, iki kesme kuvveti, bir eksenel kuvvet, iki eğilme momenti ve burulma momenti olmak üzere 12 dir. Problemi frekans uzayında çözmek için, eleman matrisleri Laplace uzayına taşınmıştır. Elde edilen sonuçlar geliştirilmiş Durbin algoritması kullanılarak zaman uzayına geri taşınmıştır. İlk olarak sonlu eleman formülasyonu viskoelastik zemine oturan eğri eksenli elastik çubuklar için doğrulanmış ve literatür ile karşılaştırması yapılmıştır. Özgün örnek olarak sallanma etkisini de dikkate alan viskoelastik Pasternak zemine oturan eğri eksenli kompozit çubukların dinamik analizi üzerine parametrik bir çalışma yapılmıştır.

GİRİŞ

Eğri eksenli çubuklar, mimari veya yapısal nedenlerden ötürü, bazı mühendislik uygulamalarında daha fazla tercih edilirler. Literatürde eğri eksenli elastik ve kompozit malzemeden yapılmış zeminsiz eğri eksenli çubuklarla ilgili çalışmaların özetlendiği literatür taraması mevcuttur [1-3]. Elastik ve viskoelastik zemin modelleri [4] nolu çalışmada detaylı olarak incelenmiştir. Literatürde yer alan zemine oturan eğri eksenli elastik ve kompozit çubuklara ait çalışmalar incelendiğinde, elastik zemine oturan çubukların statik, serbest ve zorlanmış titreşim analizlerinin yoğunluklu olarak çalışıldığı gözlenmiştir [5-15]. Viskoelastik zeminine oturan hareketli yük etkisindeki doğru eksenli Timoshenko çubuklarının dinamik analizin yapıldığı çalışmalar vardır [16-17]. Viskoelastik zemine oturan eğri eksenli çubuklara ait çalışmalar elastik olanlara göre daha az olduğu gözlenmiştir [18].

Bu çalışmada, viskoelastik zemine oturan eğri eksenli kompozit çubukların dinamik analizi frekans uzayında karışık sonlu eleman yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Timoshenko çubuk

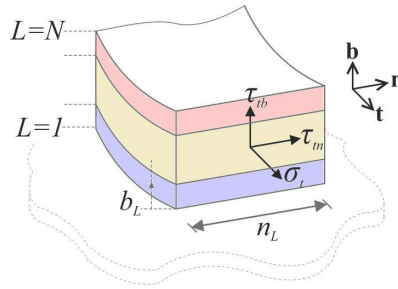
kuramını esas alan Laplace uzayında tanımlı çubuk denklemleri [19], bu araştırma çerçevesinde viskoelastik zemine oturan problemler için yeniden düzenlenmiş ve zemin parametrelerinin de içeren fonksiyonel elde edilmiştir. İki düğüm noktalı eğrisel çubuk elemanlar için Laplace uzayında tanımlı eleman matrisleri kullanılarak Laplace uzayında karışık sonlu eleman çözümü yapılmış ve daha sonra sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemlerinden biri olan geliştirilmiş Durbin algoritması [19] kullanılarak zaman uzayına geri dönülmüştür. Bu çalışmada sallantı etkisini de hesaba katan viskoelastik zemine oturan eğri eksenli çubuk problemi için sonlu eleman formülasyonu doğrulanmış ve sonuçlar [18] ile karşılaştırılmıştır. Sallanma etkisinin de hesaba katıldığı viskoelastik Pasternak zemine oturan eğri eksenli kompozit çubuk problemi farklı parametreler (zemin tipi, düzlem dairesel kirişin merkez açısı, zamana bağlı yük tipi) için çözülerek literatüre özgün katkı sağlanmıştır.

ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Kompozit kesit: Ortotropik bir malzemede, σ gerilme tansörünü, ε şekil değiştirme tansörünü ve E elastisite matrisini ifade etmek üzere gerilme şekil değiştirme bağıntısı

$$\sigma = E : \varepsilon \quad (1)$$

dir [20]. Üç boyutlu cismin gerilme şekil değiştirme bağıntıları gerilmeler üzerinde yapılan kabullerle klasik çubuk kuramına indirgenerek [21] ve açısal doğrultular için Poisson oranları hesaba katılarak [22] her bir tabakanın gerilme şekil değiştirme bağıntısı elde edilir (Şekil 1);



Şekil 1. Kompozitin Frenet koordinat takımında gerilme bileşenleri (N: Tabaka sayısı)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_t \\ \tau_{bt} \\ \tau_{in} \end{Bmatrix} = [\beta] \begin{Bmatrix} \varepsilon_t \\ \gamma_{bt} \\ \gamma_{in} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$[\beta]_{3 \times 3}$ ortotrop malzeme katsayılarının yer aldığı matristir. Timoshenko çubuk kuramında kullanılan dikdörtgen kesitin kesme düzeltme katsayısı 5/6 olarak alınmıştır. u_t^*, u_n^*, u_b^* kiriş ortamındaki yer değiştirmeler, u_t, u_n, u_b kiriş eksen üstündeki yer değiştirmeler ve $\Omega_t, \Omega_n, \Omega_b$ kesit dönmeler olmak üzere, kinematik bağıntılar

$$\begin{aligned} u_t^* &= u_t + b \Omega_n - n \Omega_b \\ u_n^* &= u_n - b \Omega_t \\ u_b^* &= u_b + n \Omega_t \end{aligned} \quad (3)$$

kullanılarak gerilmelere geçilirse,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_t \\ \tau_{bt} \\ \tau_{tn} \end{Bmatrix} = [\beta] \begin{Bmatrix} u_{t,t} \\ u_{t,b} + u_{b,t} \\ u_{t,n} + u_{n,t} \end{Bmatrix} + b \begin{Bmatrix} \Omega_{n,t} \\ 0 \\ -\Omega_{t,t} \end{Bmatrix} + n \begin{Bmatrix} -\Omega_{b,t} \\ \Omega_{t,t} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

elde edilir. (4) de alt indislerde virgülden sonraki kısım belirtilen eksene göre türevi ifade etmektedir. Tabakalı kesitin kuvvet ve moment değerleri, tabakalardaki gerilmelerin analitik integrasyonla tabaka kalınlığı boyunca toplanılması

$$T_t = \sum_{L=1}^N \left(\int_{-0.5n_L}^{0.5n_L} \left(\int_{b_{L-1}}^{b_L} \sigma_t db \right) dn \right) \quad (5)$$

$$T_b = \sum_{L=1}^N \left(\int_{-0.5n_L}^{0.5n_L} \left(\int_{b_{L-1}}^{b_L} \tau_{bt} db \right) dn \right) \quad (6)$$

$$T_n = \sum_{L=1}^N \left(\int_{-0.5n_L}^{0.5n_L} \left(\int_{b_{L-1}}^{b_L} \tau_{tn} db \right) dn \right) \quad (7)$$

$$M_t = \sum_{L=1}^N \left(- \int_{-0.5n_L}^{0.5n_L} \left(\int_{b_{L-1}}^{b_L} b \tau_{tn} db \right) dn \right) + \sum_{L=1}^N \left(\int_{b_{L-1}}^{b_L} \left(\int_{-0.5n_L}^{0.5n_L} n \tau_{tb} dn \right) db \right) \quad (8)$$

$$M_n = \sum_{L=1}^N \left(\int_{-0.5n_L}^{0.5n_L} \left(\int_{b_{L-1}}^{b_L} b \sigma_t db \right) dn \right) \quad (9)$$

$$M_b = - \sum_{L=1}^N \left(\int_{b_{L-1}}^{b_L} \left(\int_{-0.5n_L}^{0.5n_L} n \sigma_t dn \right) db \right) \quad (10)$$

şeklinde elde edilir (Şekil 1). (5)-(10) da, N tabaka sayısını, n_L tabaka genişliğini, b_{L-1} ve b_L , L tabakasının alt ve üst koordinatlarını ifade etmektedir. Bünye bağıntıları matris formunda yazıldığında,

$$\begin{Bmatrix} u_{t,t} \\ u_{t,n} + u_{n,t} \\ u_{t,b} + u_{b,t} \\ \Omega_{t,t} \\ \Omega_{n,t} \\ \Omega_{b,t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{C}_m) & (\mathbf{C}_{mf}) \\ (\mathbf{C}_{fm}) & (\mathbf{C}_f) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_t \\ T_n \\ T_b \\ M_t \\ M_n \\ M_b \end{Bmatrix} \quad (11)$$

elde edilir.

Alan denklemleri ve fonksiyonel: Sallantı etkisi katılmış viskoelastik Pasternak zeminine oturan kompozit eğri eksenli Timoshenko çubuklarının Laplace uzayına taşınmış alan denklemleri Frenet koordinat takımında aşağıdaki yapıda yazılır.

$$\left. \begin{aligned} -\bar{\mathbf{T}}_{,s} - \bar{\mathbf{q}} + (\bar{\mathbf{k}}_W)^T \mathbf{u} - (\bar{\mathbf{k}}_P)^T \bar{\mathbf{u}}_{,ss} + \rho A z^2 \bar{\mathbf{u}} &= \mathbf{0} \\ -\bar{\mathbf{M}}_{,s} - \mathbf{t} \times \bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{m}} + (\bar{\mathbf{k}}_R)^T \bar{\mathbf{\Omega}} + \rho \mathbf{I} z^2 \bar{\mathbf{\Omega}} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}_{,s} + \mathbf{t} \times \bar{\boldsymbol{\Omega}} - \bar{\mathbf{C}}_m \bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{C}}_{mf} \bar{\mathbf{M}} &= \mathbf{0} \\ \bar{\boldsymbol{\Omega}}_{,s} - \bar{\mathbf{C}}_{fm} \bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{C}}_f \bar{\mathbf{M}} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

z Laplace dönüşüm parametresi olmak üzere (12) ve (13) de yer alan, Laplace uzayında tanımlanmış vektörel büyüklükler $\bar{\mathbf{u}}(\bar{u}_t, \bar{u}_n, \bar{u}_b)$ yer değiştirme, $\bar{\boldsymbol{\Omega}}(\bar{\Omega}_t, \bar{\Omega}_n, \bar{\Omega}_b)$ dönme, $\bar{\mathbf{T}}(\bar{T}_t, \bar{T}_n, \bar{T}_b)$ kuvvet, $\bar{\mathbf{M}}(\bar{M}_t, \bar{M}_n, \bar{M}_b)$ moment vektörleridir. $\bar{\mathbf{k}}_w(\bar{k}_{wt}, \bar{k}_{wn}, \bar{k}_{wb})$ ve $\bar{\mathbf{k}}_p(\bar{k}_{pt}, \bar{k}_{pn}, \bar{k}_{pb})$ Winkler ve Pasternak zemin katsayı vektörleridir. $\bar{\mathbf{k}}_R(\bar{k}_{Rt}, \bar{k}_{Rn}, \bar{k}_{Rb})$ zeminin sallanma rijitlik vektörüdür. $\bar{\mathbf{q}}$ ve $\bar{\mathbf{m}}$ yayılı yük ve moment vektörleridir. $\mathbf{I}(I_t, I_n, I_b)$ eylemsizlik moment vektörü, A kesit alanı, ρ elastik malzemenin yoğunluğu ve $\bar{\mathbf{C}}_m = \mathbf{C}_m$, $\bar{\mathbf{C}}_f = \mathbf{C}_f$, $\bar{\mathbf{C}}_{mf} = \mathbf{C}_{mf}$ ve $\bar{\mathbf{C}}_{fm} = \mathbf{C}_{fm}$ de ona ait kompiyans matrisleridir. (12) ve (13) denklemleri operatör formda yazılır ve operatörün potansiyel olduğu ispatlandıktan sonra Laplace uzayındaki fonksiyonel aşağıdaki gibi elde edilir [23].

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(\bar{\mathbf{y}}) = & -[\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{T}}_{,s}] + [\mathbf{t} \times \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \bar{\mathbf{T}}] - [\bar{\mathbf{M}}_{,s}, \bar{\boldsymbol{\Omega}}] - \frac{1}{2} \{ [\bar{\mathbf{C}}_m \bar{\mathbf{T}}, \bar{\mathbf{T}}] + [\bar{\mathbf{C}}_{mf} \bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{T}}] + [\bar{\mathbf{C}}_{fm} \bar{\mathbf{T}}, \bar{\mathbf{M}}] + [\bar{\mathbf{C}}_f \bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{M}}] \} \\ & + \frac{1}{2} \rho A z^2 [\bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}] + \frac{1}{2} \rho z^2 [\mathbf{I} \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \bar{\boldsymbol{\Omega}}] - [\bar{\mathbf{q}}, \bar{\mathbf{u}}] - [\bar{\mathbf{m}}, \bar{\boldsymbol{\Omega}}] + \frac{1}{2} [(\bar{\mathbf{k}}_w)^T \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{u}}] + \frac{1}{2} [(\bar{\mathbf{k}}_p)^T \bar{\mathbf{u}}_{,s}, \bar{\mathbf{u}}_{,s}] \\ & + \frac{1}{2} [(\bar{\mathbf{k}}_R)^T \bar{\boldsymbol{\Omega}}, \bar{\boldsymbol{\Omega}}] + [(\bar{\mathbf{T}} - \hat{\mathbf{T}}), \bar{\mathbf{u}}]_{\sigma} + [(\bar{\mathbf{M}} - \hat{\mathbf{M}}), \bar{\boldsymbol{\Omega}}]_{\sigma} - [\bar{\mathbf{k}}_p \hat{\mathbf{u}}_{,s}, \bar{\mathbf{u}}]_{\sigma} + [\hat{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{T}}]_{\varepsilon} + [\hat{\boldsymbol{\Omega}}, \bar{\mathbf{M}}]_{\varepsilon} \\ & - [\bar{\mathbf{k}}_p \bar{\mathbf{u}}_{,s}, (\bar{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{u}})]_{\varepsilon} \end{aligned} \quad (14)$$

(14) de yer alan şapkalı terimler bilinen sınır koşullarını, alt indisler ε geometrik ve σ dinamik sınır koşullarını ifade etmektedir.

Karışık sonlu eleman algoritması: İki düğüm noktalı eğrisel çubuk elemanı kullanılmış, iki düğüm noktası arasındaki merkez açısı $\Delta\varphi = (\varphi_j - \varphi_i)$ olmak üzere, şekil fonksiyonları $\phi_i = (\varphi_j - \varphi) / \Delta\varphi$ ve $\phi_j = (\varphi - \varphi_i) / \Delta\varphi$ şeklinde alınmıştır. 2×12 serbestlik derecesine sahip eğrisel çubuk elemanın her bir düğüm noktasında Frenet koordinat sisteminde tanımlanmış değişkenlere ait vektörler $\bar{\mathbf{u}}$, $\bar{\boldsymbol{\Omega}}$, $\bar{\mathbf{T}}$, $\bar{\mathbf{M}}$ dir.

Sayısal ters Laplace dönüşüm algoritması: Viskoelastik zemine ait parametreler, [24,25] de viskoelastik helisel çubuklar için doğrulanmış karışık sonlu eleman algoritmasına eklenmiş ve Laplace uzayında çözüm gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, daha sonra sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemlerinden biri olan geliştirilmiş Durbin algoritması [24-28] kullanılarak zaman uzayına geri taşınmıştır.

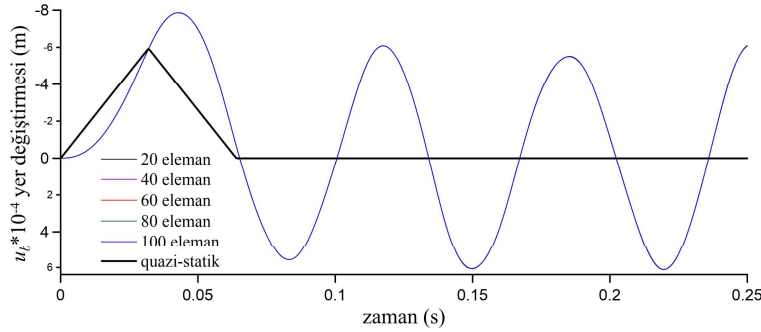
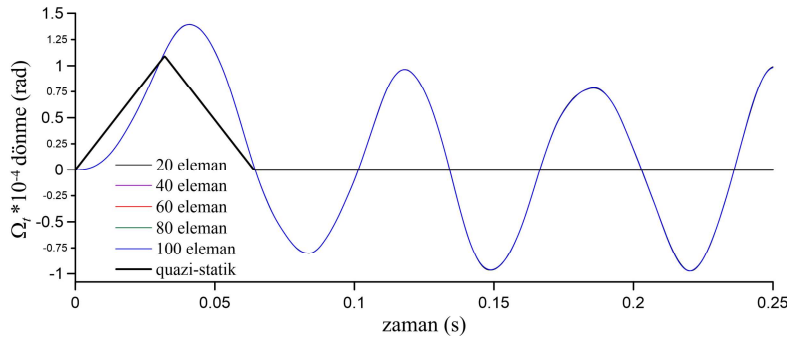
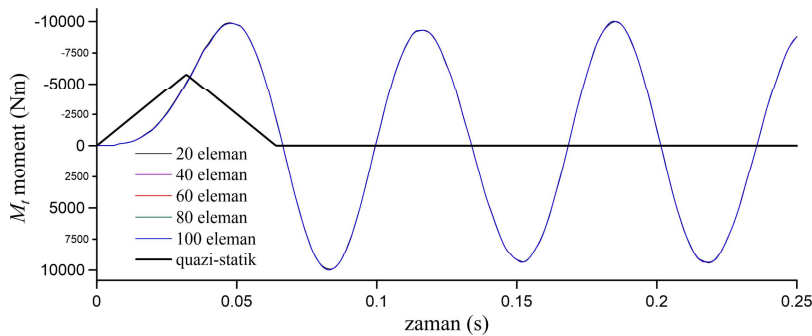
SAYISAL SONUÇLAR

İki ucundan tutulu, viskoelastik Pasternak zemine oturan eğri eksenli kompozit çubuğun çözümüne geçilmeden önce, viskoelastik Winkler zemine oturan eğri eksenli izotrop çubuk problemi çözülmüş ve literatür [18] ile karşılaştırılmıştır. Her iki problemin çözümünde de sallanma etkisi dikkate alınmıştır.

Viskoelastik Winkler zemine oturan izotrop düzlem daire çubuk: Çubuk probleminin çözümünde kullanılan geometri, zemin parametreleri ve malzemeye ait bilgiler sırasıyla şöyle özetlenebilir: Düzlem daire çubuğun yarıçapı $R = 7.63$ m, merkez açısı $\theta = 180^\circ$ ve dikdörtgen çubuk kesitinin boyutları $b = h = 0.762$ m dir. Viskoelastik zemin için Winkler ve

sallanma katsayıları $k_{wb} = 23.623 \text{ MPa}$, $k_{Rt} = 1143 \text{ kNm/m}$ ve sönüm katsayıları $\eta_{wb} = \eta_{Rt}$ ($0; 2362.3 \text{ Ns/m}^2; 23623 \text{ Ns/m}^2; 236230 \text{ Ns/m}^2$) dir. Çubuk malzemesinin elastisite modülü $E = 47.24 \text{ GPa}$, kayma modülü $G = 19.68 \text{ GPa}$, malzeme yoğunluğu $\rho = 5000 \text{ kg/m}^3$ dir. Üçgen impulsif tip düzleme dik olarak çubuğun tam ortasına etki eden $P = P_z(t)$ tekil yükünün şiddeti $P_o = 100 \text{ kN}$ dir. Probleminin çözümü Laplace uzayında gerçekleştirildiği için, sonuçların zaman uzayına taşınmasında kullanılan geliştirilmiş Durbin algoritması için gerekli parametreler $aT = 6$ ve $N = 2^9$ dir. Düzlem dairesel çubuğun dinamik davranışı $0 \leq t \leq 0.25 \text{ s}$ aralığında incelenmiş ve üçgen impulsif için yükün etkiye süresi $t_{yük} = 0.064 \text{ s}$ olarak alınmıştır.

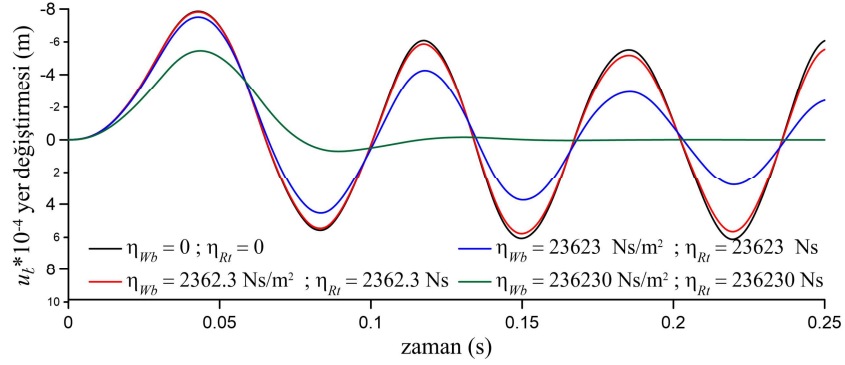
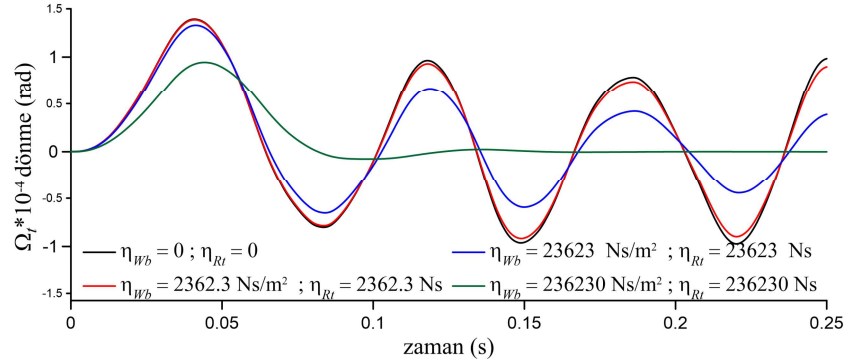
Yakınsama analizi: Dairesel çubuğun tam orta noktasındaki yer değiştirme (u_b) ve dönme (Ω_t) ile çubuğun tutulu ucundaki moment (M_t) elastik zemine oturan ($\eta_{wb} = \eta_{Rt} = 0$) çubuk probleminde 20, 40, 60 80, 100 sonlu elemanlar için çözülmüş ve $0 \leq t \leq 0.25 \text{ s}$ zaman aralığında değişimleri Şekil 2a-c de verilmiştir. Şekil 2 deki grafikler $t = 0.032 \text{ s}$ için incelendiğinde 80 ve 100 eleman da sonuçların üst üste düştüğü 100 elemana göre yüzdesel farkın sıfır olduğu gözlenmiştir. Çözümlere 80 eleman ile devam edilmesine karar verilmiştir.

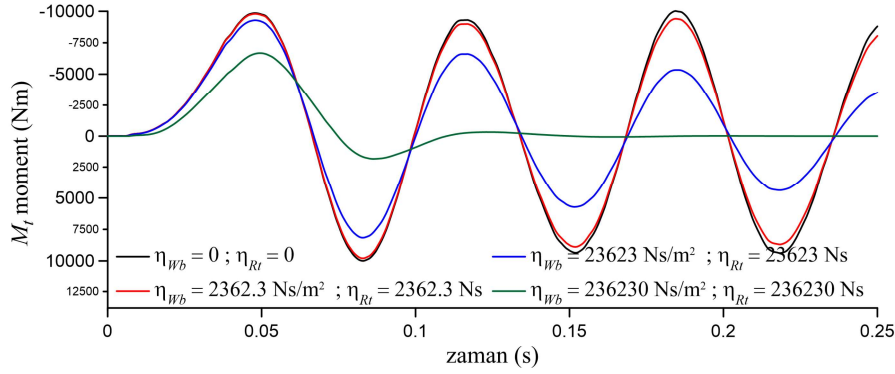
(a) u_b nin değişimi(b) Ω_t nin değişimi

(c) M_t nin değişimi

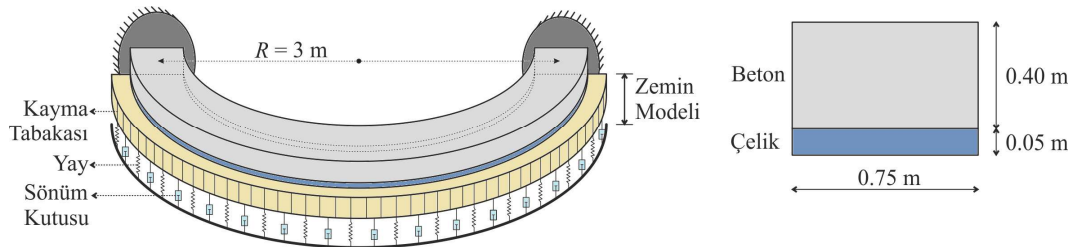
Şekil 2. Elastik zemine oturan izotrop kesitli düzlem dairesel çubuk için yakınsama analizi

Literatürle karşılaştırma: Sallanma etkisinin dikkate alındığı viskoelastik Winkler zemine oturan çubuk problemi $\eta_{wb} = \eta_{Rt}$ (0 ; 2362.3 Ns/m²; 23623 Ns/m²; 236230 Ns/m²) sönüm oranları için çözülmüş ve literatür [18] ile karşılaştırmak üzere dairesel çubuğun tam orta noktasındaki yer değiştirme (u_b) ve dönme (Ω_t) ile çubuğun tutulu ucundaki moment (M_t) Şekil 3 de verilmiştir. [18] de sonuçlar grafiksel olarak verilmiştir. Grafik üstünden sağlıklı sayısal veri okunamadığı için [18] deki grafikler ile Şekil 3 şekilsel olarak karşılaştırılmış ve sonuçların birbiriyle uyumlu olduğu gözlenmiştir. Şekil 3 sönüm oranındaki artışın çubuğun dinamik davranışını nasıl etkilediğini göstermektedir. Şöyle ki, sönüm arttıkça titreşim hareketinin genliği azalmaktadır. Şekil 3 den $t = 0.032s$ deki $\eta_{wb} = \eta_{Rt}$ (2362.3 Ns/m²; 23623 Ns/m²; 236230 Ns/m²) için elde edilen u_b , Ω_t , M_t sonuçları $\eta_{wb} = \eta_{Rt} = 0$ sonuçlarına göre sırasıyla normalize edilirse, sönüm arttıkça titreşim hareketinin genliğindeki yüzdesel azalmanın u_b için %0.44, %4.28 ve %30.6; Ω_t için %0.60, %5.69 ve %38.2; M_t için %0.36, %3.68 ve %34.6 olduğu tespit edilmiştir.

(a) u_b nin değişimi(b) Ω_t nin değişimi

(c) M_t nin değişimi

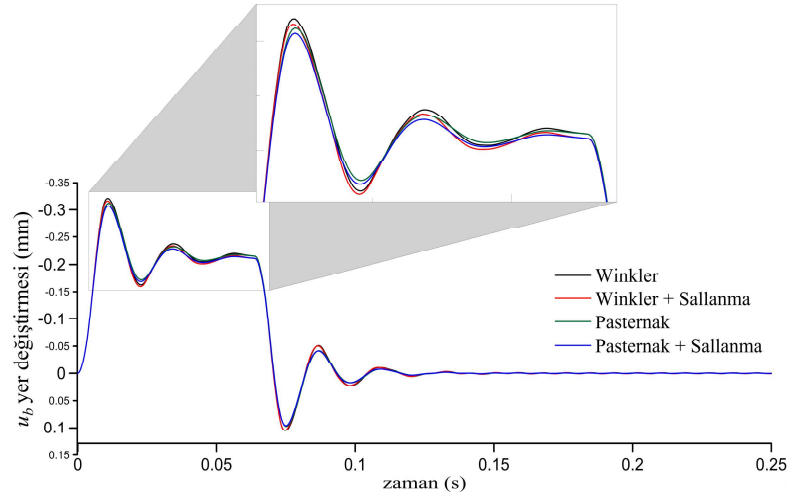
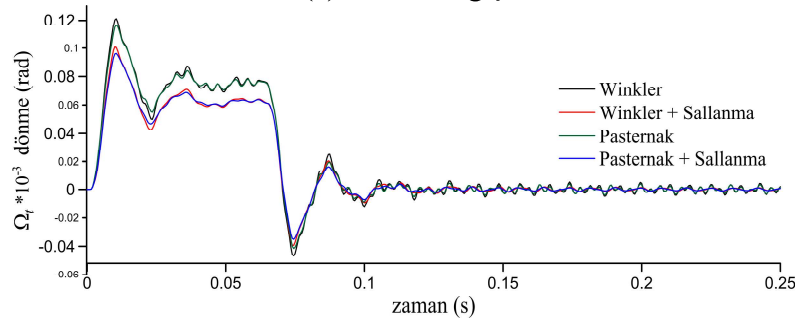
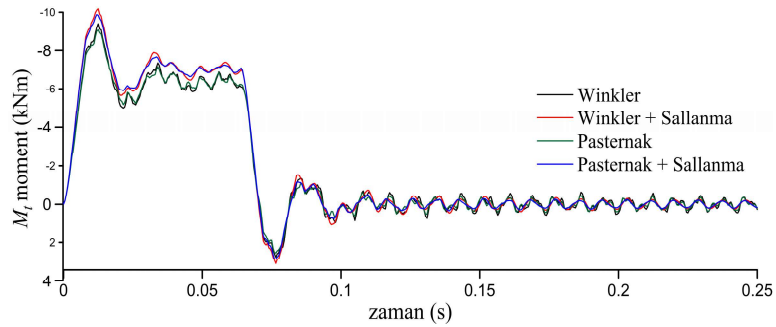
Şekil 3. Viskoelastik Winkler zemine oturan izotrop kesitli düzlem dairesel çubuğun farklı sönüm oranları için dinamik davranışı



Şekil 4. Viskoelastik Pasternak zemine oturan kompozit eğri eksenli çubuk

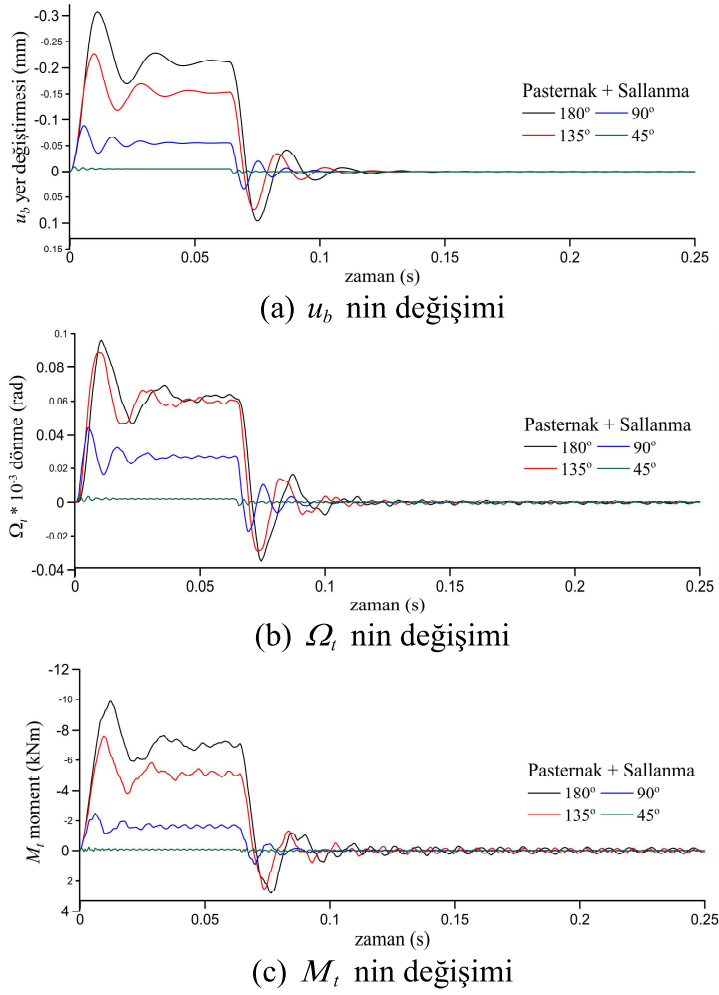
Viskoelastik Pasternak zemine oturan kompozit düzlem daire çubuk: Kesiti beton ve çelikten oluşan kompozit çubuk (Şekil 4) probleminin çözümünde kullanılan parametreler sırasıyla şöyle özetlenebilir: Düzlem daire çubuğun yarıçapı $R = 3\text{ m}$, merkez açılar $\theta = 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ$, genişliği $b = 0.75\text{ m}$ olan beton ve çelik dikdörtgen tabakaların kalınlıkları sırasıyla $h_b = 0.40\text{ m}$ ve $h_c = 0.05\text{ m}$ dir. $E_b = 30\text{ GPa}$, $E_c = 210\text{ GPa}$, $\nu_b = 0.2$, $\nu_c = 0.3$, $\rho_b = 2400\text{ kg/m}^3$ $\rho_c = 7850\text{ kg/m}^3$ dür. Viskoelastik zemin katsayıları $k_{wb} = 69\text{ MPa}$, $k_{Rt} = 13.8\text{ MN}$ ve sönüm katsayıları $\eta_{wb} = 138\text{ kNs/m}^2$, $\eta_{Rt} = 5520\text{ Ns}$, $\eta_{pb} = 100\text{ kNs}$ dır [17]. Probleminin çözümü Laplace uzayında gerçekleştirildiği için, sonuçların zaman uzayına taşınmasında kullanılan geliştirilmiş Durbin algoritması için gerekli parametreler $aT = 6$ ve $N = 2^9$ olarak alınmıştır. Viskoelastik Pasternak zeminine oturan düzlem dairesel çubuğun dinamik davranışı $0 \leq t \leq 0.25\text{ s}$ aralığında incelenmiştir. Dikdörtgen impulsif tipte düzleme dik olarak çubuğa etki eden $q = q_z(t)$ yayılı yükünün şiddeti $q_o = 14.1\text{ kNm}$ ve dikdörtgen impulsif yükleme için yükün etkiye süresi $t_{yük} = 0.064\text{ s}$ dir. Sonuçlar dairesel çubuğun tam orta noktasındaki yer değiştirme (u_b) ve dönme (Ω_t) ile çubuğun tutulu ucundaki moment (M_t) üzerinden tartışılmıştır.

Viskoelastik zemin modellerinin dinamik davranışa etkisi: Viskoelastik zeminin dinamik davranış üzerindeki etkisini görebilmek için farklı zemin modelleri üzerinden araştırma sürdürülmüştür. Bu amaçla kullanılan modeller 1) Winkler (W), 2) Winkler ve sallanma (WR), 3) Pasternak (P), 4) Pasternak ve sallanma (PR) için çözümler yapılmış ve (u_b , Ω_t , M_t) için elde edilen sonuçların zaman içindeki dağılımı Şekil 5 de verilmiştir. u_b yer değiştirme grafiğindeki ilk pik değerinde (Şekil 5a) zeminin etkisini irdeleyebilmek için seçenekler (WR, P, PR), Winkler (W) e göre normalize edilirse, sırasıyla titreşim hareketinin genliğinde WR için %1.5, P için %2.8 ve PR için %4.23 azalma olduğu gözlenmiştir.

(a) u_b nin değişimi(b) Ω_t nin değişimi(c) M_t nin değişimi

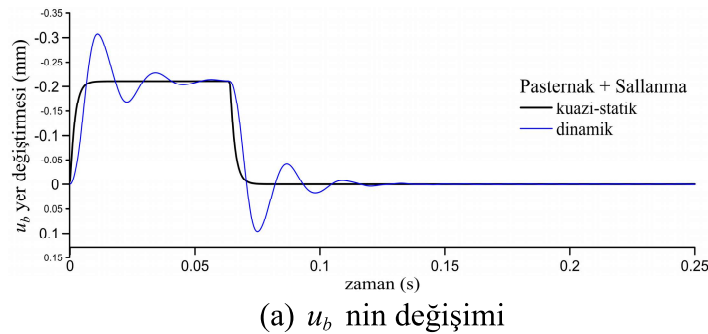
Şekil 5. Zemin tipinin dinamik davranışa etkisi

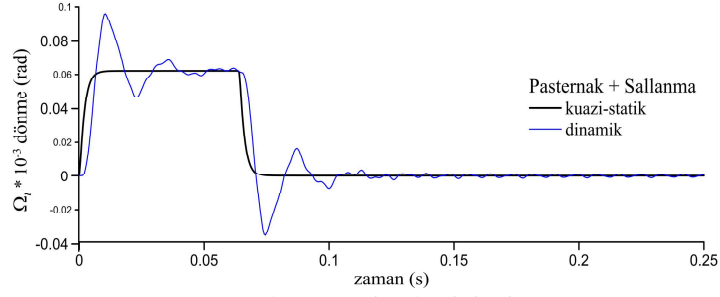
Viskoelastik zemin modelinin dairesel çubuk geometrisine etkisi: Pasternak ve sallanma zemin parametrelerinin tümünün hesaba katıldığı viskoelastik zemine oturan kompozit eğri eksenli çubuk problemi farklı merkez açılar ($\theta = 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ$) için çözülmüş ve (u_b , Ω_t , M_t) için elde edilen sonuçların zaman içinde değişimi Şekil 6 de verilmiştir. PR zemin modelinin merkez açısının değişimine etkisini irdeleyebilmek için u_b yer değiştirmesi grafiğinde (Şekil 6a) ilk pik değerleri okunmuş ve ($\theta = 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ$) için elde edilen veriler, $\theta = 180^\circ$ verilerine göre normalize edilmiştir. Sonuç olarak, sırasıyla titreşim hareketinin genliğinde $\theta = 135^\circ$ için %26.2, $\theta = 90^\circ$ için %71.2, $\theta = 45^\circ$ için %97.2 azalma olduğu gözlenmiştir. Merkez açı azaldıkça titreşim hareketinin periyodu da azalmaktadır (Şekil 6a-c).



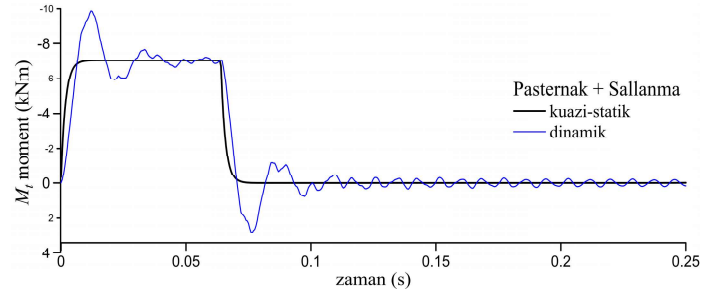
Şekil 6. Düzlem dairesel çubuğun merkez açısının dinamik davranışa etkisi

Zamana bağlı yük tipinin yapı davranışına etkisi: Dikdörtgen ve üçgen impulsif yükleme durumları için Pasternak ve sallanma zemin parametrelerinin katıldığı viskoelastik zemine oturan kompozit eğri eksenli çubuk problemi çözülmüş ve (u_b, Ω_t, M_t) için elde edilen sonuçların zaman içindeki değişimi Şekil 7 ve Şekil 8 de sırasıyla verilmiştir. Her iki yükleme durumu için de $q = q_z(t)$ yayılı yükünün şiddeti $q_o = 14.1 \text{ kNm}$ ve yükün etkiye süresi $t_{yük} = 0.064 \text{ s}$ alınmıştır. u_b yer değiştirmesinde ilk pik değerleri (Şekil 7a ve Şekil 8a) impulsif yükün etkisini irdelleyebilmek için grafiklerden okunmuş ve dikdörtgen impulsif yüke göre üçgen impulsif yük etkisindeki çubuğun yer değiştirmesinde %29.2 azalma olduğu gözlenmiştir.



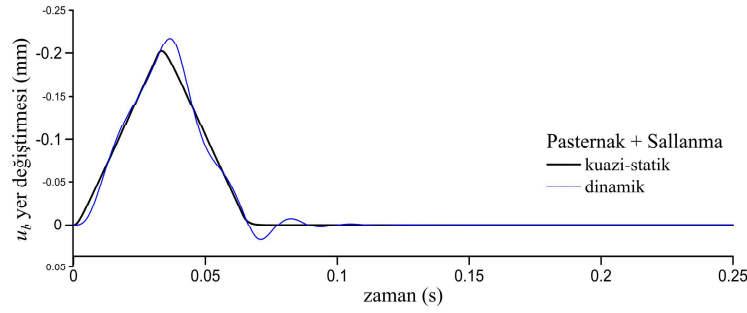


(b) Ω_t nin değişimi

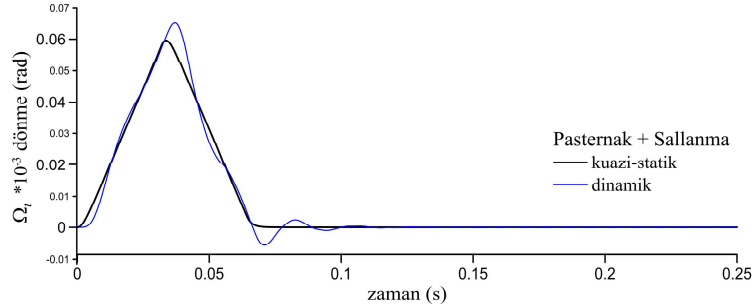


(c) M_t nin değişimi

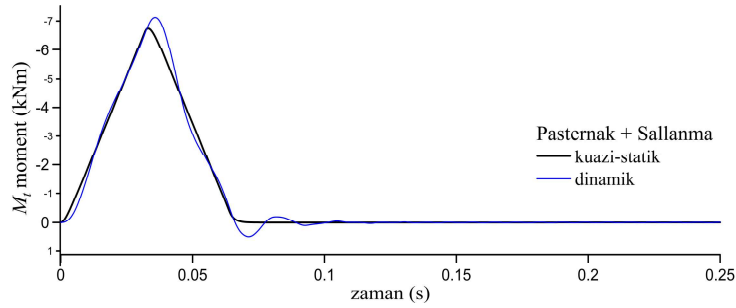
Şekil 7. Dikdörtgen impulsif yükün dinamik davranışı



(a) u_b nin değişimi



(b) Ω_t nin değişimi



(c) M_t nin değişimi
Şekil 8. Üçgen impulsif yükün dinamik davranışı

SONUÇLAR

Viskoelastik Pasternak zemine oturan eğri eksenli kompozit çubukların dinamik davranışı için parametrik bir çalışma yapılmıştır. Timoshenko çubuk kuramına dayalı karışık sonlu eleman algoritması kullanılarak Laplace uzayında elde edilen çözümler geliştirilmiş Durbin dönüşüm algoritması kullanılarak zaman uzayına taşınmıştır. Sonuçlar detaylı bir şekilde yorumlanmış ve literatüre önemli katkı sağlanmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] P. Chidamparam, A.W. Leissa, Vibrations of planar curved beams, rings and arches, *Applied Mechanics Reviews*. 46(9) (1993) 467-483.
- [2] M. Hajianmaleki, M.S. Qatu, Vibrations of straight and curved composite beams: A review, *Composite Structures*. 100 (2013) 218-232.
- [3] A.S. Sayyad, Y.M. Ghugal, Bending, buckling and free vibration of laminated composite and sandwich beams: A critical review of literature, *Composite Structures*. 171 (2017) 486-504.
- [4] A.D. Kerr, Elastic and Viscoelastic foundation models, *Journal of Applied Mechanics ASME*. 31 (1964) 491-498.
- [5] T.M. Wang, W.F. Brannen, Natural Frequencies for out-of-plane Vibrations of Curved Beams on Elastic Foundations, *Journal of Sound and Vibration*. 84(2) (1982) 241-246.
- [6] S. Dasgupta, D. Sengupta, Horizontally Curved Isoparametric Beam Element with or without Elastic Foundation Including Effect of Shear Deformation, *Computers & Structures*. 29(6) (1988) 967-973.
- [7] M.S. Issa, Natural Frequencies of Continuous Curved Beams on Winkler-Type Foundation, *Journal of Sound and Vibration*. 127(2) (1988) 291-301.
- [8] M.S. Issa, M.E. Nasr, M.A. Naiem, Free Vibrations of Curved Timoshenko Beams on Pasternak Foundations, *International Journal of Solids and Structures*. 26(11) (1990) 1243-1252.
- [9] Z. Celep, In-Plane Vibrations of Circular Rings on a Tensionless Foundation, *Journal of Sound and Vibration*. 143 (1990) 461-471.
- [10] B.K. Lee, S.J. Oh, K.K. Park, Free Vibrations of Shear Deformable Circular Curved Beams Resting on Elastic Foundations, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2(1) (2002) 77-97.
- [11] N. Kim, C.C. Fu, M.Y. Kim, Dynamic Stiffness Matrix of Non-Symmetric Thin-Walled Curved Beam on Winkler and Pasternak Type Foundations, *Advances in Engineering Software*. 38 (2007) 158-171.
- [12] F.F. Çalım, F.G. Akkurt, Static and free vibration analysis of straight and circular beams on elastic foundation, *Mechanics Research Communications*. 38 (2011) 89-94.
- [13] M. Arici, M.F. Granata, Generalized Curved Beam on Elastic Foundation Solved by Transfer Matrix Method, *Structural Engineering and Mechanics*. 40(2) (2011) 279-295.
- [14] M. Arici, M.F. Granata, P. Margiotta, Hamiltonian Structural Analysis of Curved Beams, with or without Generalized Two-Parameter Foundation, *Archive of Applied Mechanics*. 83 (2013) 1695-1714.

- [15] F.F. Çalım, Forced vibration of curved beams on two-parameter elastic foundation, *Applied Mathematical Modelling*. 36 (2012) 964–973.
- [16] M.H. Kargarnovin, D. Younesian, Dynamics of Timoshenko beams on Pasternak foundation under moving load, *Mechanics Research Communications*, 31 (2004) 713–723.
- [17] M.J. Rezvanil, M.H. Kargarnovin, D. Younesian, Dynamic analysis of composite beam subjected to harmonic moving load based on the third-order shear deformation theory, *Frontiers of Mechanical Engineering*, 6(4) (2011) 409–418.
- [18] F.F. Çalım, Dynamic response of curved Timoshenko beams resting on viscoelastic foundation, *Structural Engineering and Mechanics*. 59(4) (2016) 761–774.
- [19] N. Eratlı, H. Argeso, F.F. Çalım, B. Temel, M.H. Omurtag, Dynamic analysis of linear viscoelastic cylindrical and conical helicoidal rods using the mixed FEM, *Journal of Sound and Vibration*. 333 (2014) 3671–3690.
- [20] R.M. Jones, *Mechanics of Composite Materials*, CRC Press, 1999.
- [21] V. Yıldırım, Governing equations of initially twisted elastic space rods made of laminated composite materials, *International Journal of Engineering Science*. 37 (1999) 1007–1035.
- [22] A. Bhimaraddi, K. Chandrashekara, Some observations on the modelling of laminated composite beams with general lay-ups, *Composite Structures*. 19 (1991) 371–380.
- [23] J.T. Oden, J.N. Reddy, *Variational Method in Theoretical Mechanics*, Berlin: Springer-Verlag, 1976.
- [24] N. Eratlı, H. Argeso, F.F. Çalım, B. Temel, M.H. Omurtag, Dynamic analysis of linear viscoelastic cylindrical and conical helicoidal rods using the mixed FEM, *Journal of Sound and Vibration*. 333 (2014), 3671–3690.
- [25] M. Ermiş, N. Eratlı, H. Argeso, A. Kutlu, M.H. Omurtag, Parametric analysis of viscoelastic hyperboloidal helical rod, *Advances in Structural Engineering*, 19(9) (2016) 1420–1434.
- [26] H. Dubner, J. Abate, Numerical inversion of Laplace transforms by relating them to the finite Fourier cosine transform, *Journal of the ACM*. 15 (1968), 115–123.
- [27] F. Durbin, Numerical inversion of Laplace transforms: An efficient improvement to Dubner and Abate's method, *Computer Journal*. 17 (1974), 371–376.
- [28] G. Narayanan, *Numerical Operational Methods in Structural Dynamics*, Doktora Tezi, University of Minnesota, 1980.