



SANDVIÇ SÜPER-ELİPTİK KİRİŞLERİN NİSPETEN BÜYÜK YER DEĞİŞTİRMELERİNİN KARIŞIK SONLU ELEMENLARLA ANALİZİ

Emre Kahraman¹, Elif Koc², Umit N. Aribas³, Merve Ermis⁴ ve Mehmet H. Omurtag⁵

^{1,2,3,5}İstanbul Medipol Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34810, İstanbul, Türkiye

⁴Kırklareli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 39000, Kırklareli, Türkiye

ABSTRACT

The moderately large deflections of sandwich super-elliptical beams under the influence of out-of-plane loadings are investigated in this study via the mixed finite element method considering the cross-sectional warping deformations. The classical beam stress-free surface conditions are satisfied on the constitutive equations considering von Kármán nonlinear strains. The first variation of the Hellinger-Reissner functional are employed to derive the nonlinear mixed finite element formulation. The total degrees of freedom of a two-noded mixed finite element are twenty-four. The moderately large deflections of sandwich super-elliptical beams subjected to out-of-plane loadings are obtained and the results are compared to the results of twenty-noded SOLID186 brick elements. In the parametric analyses, the effects of lamination and super-ellipticity ratio are investigated.

Keywords: moderately large deflection; super-elliptical beam; sandwich cross-section; transversely-isotropic material; mixed finite element.

ÖZET

Enine-izotropik malzemeden üretilmiş sandviç süper-eliptik kirişlerin düzlem dışı yükleme altında nispeten büyük yerdeğişimleri kesit çarpılma deformasyonlarını gözetken karışık sonlu elemanlar yöntemi ile irdelenmiştir. Von Kármán doğrusal olmayan genlemeleri üzerinden klasik çubuk gerilme kabulleri kullanılarak bünye bağıntıları elde edilmiştir. Doğrusal olmayan karışık sonlu eleman formülasyonu türetmek için Hellinger-Reissner fonksiyonelinin birinci varyasyonu kullanılmıştır. İki düğüm noktalı karışık sonlu elemanın toplam serbestlik derecesi yirmi dördttür. Düzlem dışı yüklemelere maruz kalan sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yerdeğişimleri elde edilmiş ve sonuçlar, yirmi düğüm noktalı SOLID186 katı elemanın sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Parametrik analizlerde, tabakalanma durumu ve süper-eliptiklik derecesinin deformasyonlar üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: nispeten büyük yer değiştirme; süper-eliptik kiriş; sandviç kesit; enine-izotropik malzeme; karışık sonlu eleman.

GİRİŞ

Kompozit malzemeler, yüksek dayanım-ağırlık oranları, ayarlanabilir mekanik özellikleri, ve karmaşık yük koşullarına uyum sağlama kabiliyetleri sayesinde modern mühendislikte yaygın olarak tercih edilmektedir. Tabakalı kompozit yapıların yaygın uygulama alanları arasında yüksek-teknoloji ürünleri, havacılık, uzay, otomotiv ve uzay endüstrisi gibi alanlar bulunmaktadır. Bu kompozitler içinde yer alan sandviç yapılar, rijit ve dayanıklı dış yüzeyleri, hafif bir çekirdek malzeme ile birleştirilerek, yapısal verimlilik, darbe direnci ve burkulma dayanımı açısından ek avantajlar sunmaktadır. Doğrusal kirişler üzerine kapsamlı araştırmalar yapılmış olmasına rağmen, eğrisel kompozit kirişler uygulama alanları açısından yüksek öneme sahiptir. Eğrilik, doğrusal kirişlere kıyasla ek gerilme bileşenleri yaratarak daha karmaşık mekanik davranışlara neden olur. Özellikle büyük yükler altında, eğrisel kompozit yapıların davranışı üzerinde geometrik doğrusal olmayan etkiler belirginleşir ve yapının genel davranışı önemli ölçüde etkilenir [1].

Eğrisel kirişler, paneller ve sandviç yapıların geometrik doğrusal olmayan davranışlarını inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır. Bozhevolnaya ve Frostig [2] geometrik doğrusal olmayan etkileri içeren yüksek mertebeli bir analitik model geliştirilerek sabit eğrilikli sandviç panellere uyarlanmıştır. Frostig ve Thomsen [3] ise termomekanik yükleme etkilerini ve yüksek mertebeli deformasyon mekanizmalarını gözetenek sandviç panellerin doğrusal olmayan tepkilerini irdelemiştir. Duan vd. [4] ince cidarlı eğrisel kirişlerin doğrusal olmayan serbest titreşim davranışını analiz etmek amacıyla eğilme-burulma kuple ve burulma etkilerini dikkate alan bir sonlu eleman modeli geliştirmiştir. Yau ve Yang [5] eğrisel kirişlerde eğilme-çekme kuple etkileşimini inceleyen geleneksel sonlu eleman tekniklerine alternatif olarak elastik rijitlik matrisine dayanan bir yöntem geliştirmiştir.

Eğrisel kirişlerin doğrusal olmayan davranışlarını modellemek amacıyla farklı sayısal yöntemler geliştirilmiştir. Kurtaran [6] tabakalı eğrisel yüksek kirişlerin geometrik doğrusal olmayan zamana bağlı davranışı için birinci mertebe kayma deformasyon teorisini ve Green-Lagrange genleme-yer değiştirme ilişkilerini gözetten genelleştirilmiş diferansiyel quadrature yöntemine dayalı bir model oluşturmıştır. Li vd. [7] fonksiyonel dereceli eğrisel kirişlerde, grafen takviyeli kompozit yüzeylerin doğrusal olmayan dinamik koşullardaki davranışını analiz etmiştir. Nasri vd. [8] 3B baskılı meta-sandviç eğrisel kirişlerin burkulma ve doğrusal olmayan eğilme davranışını birinci mertebe kayma deformasyon teorisi ve von-Kármán doğrusal olmayan bağıntıları kullanarak incelemiştir. Serveren vd. [9] viskoelastik çekirdekli üç tabakalı eğrisel sandviç kirişlerin geometrik doğrusal olmayan dinamik analizini Hamilton prensibini kullanarak irdelemiştir. Wen ve Li [10] ise eğrisel kirişlerin yanal burkulma davranışını analiz etmiş, uç momentlerin ve dağıtılmış artık momentlerin göz ardı edilmesinin hatalara yol açabileceğini belirleyerek bir sonlu eleman modeli geliştirmiştir.

Tüm bu çalışmalara rağmen, sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yer değiştirmeleri araştırmaya açık bir konudur. Mevcut çalışmalar genellikle doğrusal kirişler, ince cidarlı eğrisel kirişler veya düzlemsel sandviç paneller üzerine yoğunlaşmıştır. Bu çalışmada, sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yer değiştirmelerini analiz etmek için von Kármán doğrusal olmayan genlemelerini temel alan bir karışık sonlu eleman yöntemi geliştirilmiştir. Doğrusal olmayan alan denklemleri, Hellinger-Reissner fonksiyonelinin birinci varyasyonu kullanılarak türetilmiştir. Geliştirilen model, her biri on iki serbestlik derecesine sahip iki düğüm noktalı karışık sonlu elemanlar kullanarak nispeten büyük yer değiştirmeleri analiz etmektedir. Karışık sonlu eleman formülasyonundan elde edilen sonuçlar, üç-boyutlu SOLID186 katı eleman sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca, takviye kalınlığı ve tabakalanmanın yapısal davranış üzerindeki etkileri incelenmiştir.

ALAN DENKLEMLERİ ve FORMÜLASYON

Üç boyutlu gerilme vektörü σ ve genleme vektörünü ϵ elastisite matrisi E üzerinden ilişkilendiren bünye bağıntıları Hooke kanunu $\sigma = E\epsilon$ [11] üzerinden tanımlanmıştır. Klasik çubuk gerilme kabulleri üzerinden elde edilen bünye bağıntıları $\sigma_L = \beta_L \epsilon_L$ Aribas vd. [12] tarafından verilmiştir. Burada, alt indis L tabaka bölümünü, β_L 3×3 'lük bir matrisi, $\sigma_L = \{\sigma_t \quad \tau_{bt} \quad \tau_{tn}\}_L^T$ gerilme vektörünü ve $\epsilon_L = \{\epsilon_t \quad \gamma_{bt} \quad \gamma_{tn}\}_L^T$ genleme vektörünü ifade etmektedir. Frenet Koordinatları t, n, b olmak üzere, sandviç kirişin deplasman alanı,

$$u_t^* = u_t + b \Omega_n - n \Omega_b \quad ; \quad u_n^* = u_n - b \Omega_t \quad ; \quad u_b^* = u_b + n \Omega_t \quad (1)$$

burada, kiriş aksındaki deplasmanları u_t, u_n, u_b ve dönmeleri $\Omega_t, \Omega_n, \Omega_b$ belirtmektedir. Deplasman alanları üzerinden Von Kármán doğrusal olmayan genlemeleri,

$$\begin{aligned} \epsilon_t^* &= u_{t,t}^* + \frac{1}{2} \left[\left(u_{t,t}^* \right)^2 + \left(u_{n,t}^* \right)^2 + \left(u_{b,t}^* \right)^2 \right] \\ \epsilon_{tn}^* &= \frac{1}{2} \left[u_{t,n}^* + u_{n,t}^* + u_{t,t}^* u_{t,n}^* + u_{n,t}^* u_{n,n}^* + u_{b,t}^* u_{b,n}^* \right] \\ \epsilon_{bt}^* &= \frac{1}{2} \left[u_{t,b}^* + u_{b,t}^* + u_{t,t}^* u_{t,b}^* + u_{n,t}^* u_{n,b}^* + u_{b,t}^* u_{b,b}^* \right] \end{aligned} \quad (2)$$

burada, alt indislerdeki virgül kısmi türevleri ifade etmektedir. Kuvvetler F_t, F_n, F_b ve momentler M_t, M_n, M_b Von Kármán doğrusal olmayan genlemelerine dayanan gerilmelerin kesit kalınlığı boyunca integrasyonu üzerinden elde edilir [13]. Kesin geometrilili sandviç süper-eliptik kirişlerin denge denklemleri:

$$\begin{aligned} -F_{t,s} - (F_t u_{t,s})_{,s} - (M_n \Omega_{n,s})_{,s} - (M_b \Omega_{b,s})_{,s} + (F_n \Omega_b)_{,s} - (F_b \Omega_n)_{,s} - q_t &= 0 \\ -F_{n,s} - (F_t u_{n,s})_{,s} + (M_n \Omega_{t,s})_{,s} + (F_b \Omega_t)_{,s} - q_n &= 0 \\ -F_{b,s} - (F_t u_{b,s})_{,s} + (M_b \Omega_{t,s})_{,s} - (F_n \Omega_t)_{,s} - q_b &= 0 \\ -M_{t,s} + (M_n u_{n,s})_{,s} + (M_b u_{b,s})_{,s} + F_n u_{b,s} - F_b u_{n,s} - M_{t,s} - m_t &= 0 \\ -M_{n,s} + F_b - (M_n u_{t,s})_{,s} - (M_t \Omega_b)_{,s} + F_b u_{t,s} - M_t \Omega_{b,s} - m_n &= 0 \\ -M_{b,s} - F_n - (M_b u_{t,s})_{,s} - F_n u_{t,s} + M_t \Omega_{n,s} + (M_t \Omega_n)_{,s} - m_b &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

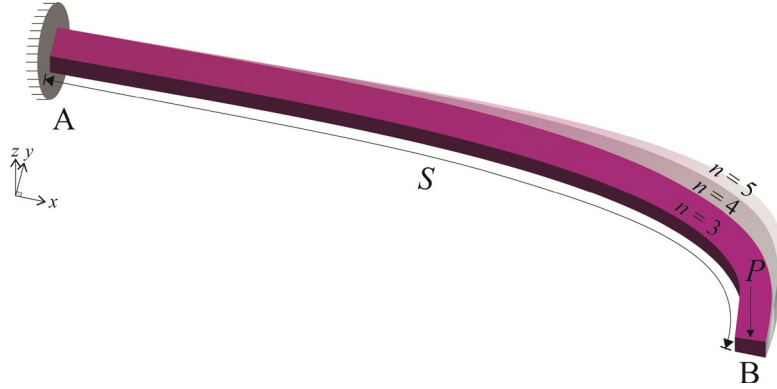
burada, q_t, q_n, q_b yayılı kuvvetleri, m_t, m_n, m_b yayılı momentleri ve s yay uzunluğunu belirtmektedir. Yatay açı θ üzerinden konum vektörü $\mathbf{r}(\theta)$ ve yay boyunun gradyenti $c(\theta)$ Ermis vd. [14] tarafından tanımlanmıştır. Alan denklemleri ve sınır koşulları kullanılarak Hellinger Reissner fonksiyonelinin [15] birinci varyasyonu,

$$\delta \Pi_{HR} = \int_V (\epsilon^u - \epsilon^\sigma)^T \delta \epsilon^\sigma dV + \int_V \left((\sigma^\sigma)^T \delta \epsilon^u - \mathbf{q}^T \delta \mathbf{u} \right) dV - \int_\Gamma \hat{\mathbf{t}}^T \delta \mathbf{u} d\Gamma = 0 \quad (4)$$

ile elde edilir. Burada, $\hat{\mathbf{t}}$ sınırdaki Γ traction vektörünü ve alt indis σ ve u kuvvet ve yerdeğiştirmelere bağlı terimleri ifade etmektedir. Alan denklemleri kapsamında, karışık formda varyasyonel denklemler,

$$\int_S \left[\begin{aligned} & \left[u_{t,s} + \frac{1}{2} u_{t,s}^2 + \frac{1}{2} u_{n,s}^2 + \frac{1}{2} u_{b,s}^2 - C_{11} F_t - C_{12} F_n - C_{14} M_t - C_{15} M_n \right] \delta F_t \\ & + \left[(u_{n,s} - \Omega_b) - u_{t,s} \Omega_b + u_{b,s} \Omega_t - C_{12} F_t - C_{22} F_n - C_{24} M_t - C_{25} M_n \right] \delta F_n \\ & + \left[(u_{b,s} + \Omega_n) + u_{t,s} \Omega_n - u_{n,s} \Omega_t - C_{33} F_b \right] \delta F_b \\ & + \left[\Omega_{t,s} + \Omega_{n,s} \Omega_b - C_{14} F_t - C_{24} F_n - C_{44} M_t - C_{45} M_n \right] \delta M_t \\ & + \left[\Omega_{n,s} + u_{t,s} \Omega_{n,s} - u_{n,s} \Omega_{t,s} - C_{15} F_t - C_{25} F_n - C_{45} M_t - C_{55} M_n \right] \delta M_n \\ & + \left[\Omega_{b,s} + u_{t,s} \Omega_{b,s} - u_{b,s} \Omega_{t,s} - C_{66} M_b \right] \delta M_b - \delta u_t q_t - \delta u_n q_n - \delta u_b q_b \\ & - \delta \Omega_t m_t - \delta \Omega_n m_n - \delta \Omega_b m_b + [T_t + T_t u_{t,s} + M_n \Omega_{n,s} + M_b \Omega_{b,s} - T_n \Omega_b + T_b \Omega_n] \delta u_{t,s} \\ & + [T_n + T_t u_{n,s} - M_n \Omega_{t,s} - T_b \Omega_t] \delta u_{n,s} + [T_b + T_t u_{b,s} - M_b \Omega_{t,s} + T_n \Omega_t] \delta u_{b,s} \\ & + [T_n u_{b,s} - T_b u_{n,s}] \delta \Omega_t + [M_t - M_n u_{n,s} - M_b u_{b,s}] \delta \Omega_{t,s} + [T_b + T_b u_{t,s}] \delta \Omega_n \\ & + [M_n + M_n u_{t,s} + M_t \Omega_b] \delta \Omega_{n,s} + [-T_n - T_n u_{t,s} + M_t \Omega_{n,s}] \delta \Omega_b + [M_b + M_b u_{t,s}] \delta \Omega_{b,s} \end{aligned} \right] ds \quad (5)$$

Fonksiyonel, doğrusal olmayan denklemler doğrusallaştırılarak [16,17] elde edildi ve iteratif çözüm yaklaşımı Newton-Raphson algoritmasına [15] dayanmaktadır.



Şekil 1. Sandviç Süper-Eliptik Kiriş.

SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde, ilk olarak enine-izotropik malzemeden üretilmiş tabakalara sahip sandviç süper-eliptik kirişlerin nispeten büyük yer değiştirmeleri için karışık ve katı sonlu elemanlarda yeteri yakınsaklığı sağlayan serbestlik dereceleri elde edilmiştir. Daha sonra, parametrik analizlerle süper-eliptiklik derecesinin, kesit kalınlığının ve tabaka kalınlığının, geometrik doğrusal olmayan ve doğrusal analizlerle elde edilen yer değiştirmeler arasındaki yüzdesel farka etkisi irdelenmiştir. Bütün yakınsama ve parametrik analizlerde, merkez açısı $\varphi = 90^\circ$ olup, en büyük ve en küçük yarıçap değerleri sırasıyla $R_{\max} = 2\text{m}$ ve $R_{\min} = 1.4\text{m}$ 'dir. İki metrelik yarıçapa karşı gelen düğüm noktası ankastre mesnetli olup, serbest uçtan düşey doğrultuda $-b$ yönünde tekil yük P uygulanmıştır (Şekil 1). Kesit genişliği $w = 0.1\text{m}$ olup takviye kalınlıkları h_s eşittir. Çekirdek Kevlar 49-Epoksi, takviyeler ise Boron Epoksi olarak gözetilmiştir. Boron Epoksinin elastisite modülleri, kayma modülleri ve Poisson oranları sırasıyla $E_t = 241.5\text{GPa}$, $E_n = E_b = 18.89\text{GPa}$, $G_{tn} = G_{bt} = 5.18\text{GPa}$, $G_{nb} = 3.45\text{GPa}$, $\nu_{tn} = \nu_{tb} = 0.24$ ve $\nu_{nb} = 0.25$ 'tir. Kevlar 49-Epoksinin elastisite modülleri, kayma modülleri ve Poisson oranları sırasıyla $E_t = 76\text{GPa}$, $E_n = E_b = 5.56\text{GPa}$, $G_{tn} = G_{bt} = 2.30\text{GPa}$, $G_{nb} = 1.618\text{GPa}$, $\nu_{tn} = \nu_{tb} = 0.34$ ve $\nu_{nb} = 0.718$ 'tir.

Sonlu Eleman Ağı Yakınsama Analizi

SOLID186 Katı Sonlu Elemanlar: Bu sayısal çalışma kapsamında süper-eliptiklik derecesi $n=5$ olan bir konsol süper-eliptik sandviç kirişte kesit kalınlığı $h=0.08\text{m}$ ve takviye kalınlığı $h_s=0.0075\text{m}$ olduğu durumda serbest uçtan düşey doğrultuda $-b$ yönünde $P=1400\text{N}$ şiddetinde bir tekil yük uygulanmıştır. Doğrusal olmayan analizle elde edilen düzlem dışı doğrultuda en büyük uç yer değiştirmeleri $(u_b)_{nl}$, 484740, 734106, 813109 ve 967536 serbestlik dereceleri kullanılarak (sırasıyla 0.008m, 0.007m, 0.0065m ve 0.006m en büyük ağ kenar boyutuna karşı gelmektedir) SOLID186 elemanlarla elde edilmiştir. 484740, 734106, 813109 ve 967536 serbestlik dereceleri için en büyük uç yer değiştirmeleri sırasıyla $(u_b)_{nl} = -0.16792\text{m}$, -0.16675m , -0.16627m ve -0.16473m olmaktadır. 967536 serbestlik derecesi ile elde edilen sonucun 813109 serbestlik derecesi ile elde edilen sonuca göre yüzdesel farkı 0.935% olmaktadır.

Karışık Sonlu Elemanlar: 1212, 1812, 2412, 3012 ve 3612 serbestlik derecesi kullanılarak (sırasıyla 100, 150, 200, 250 ve 300 karışık sonlu elemana denk gelmektedir) doğrusal ve geometrik doğrusal olmayan analizlerle düzlem dışı doğrultuda en büyük uç yer değiştirmeleri elde edilmiştir (Çizelge 1). 3012 serbestlik derecesi kullanılarak elde edilen geometrik doğrusal olmayan uç yer değiştirmelerinin yeteri yakınsaklığı sağladığı elde edilmiştir. Aynı zamanda geometrik doğrusal olmayan analizlerle elde edilen sonuçların, doğrusal analiz ile elde edilen en büyük uç yer değiştirmelerine yüzdesel farkı -2.47% olarak belirlenmiştir. 3012 serbestlik derecesi ile karışık sonlu elemanlar kullanılarak elde edilen geometrik doğrusal olmayan en büyük uç yer değiştirmesinin $(u_b)_{nl}$, 967536 serbestlik derecesi ile katı sonlu elemanlar kullanılarak elde edilen sonuca yüzdesel farkı -3.43% olmaktadır.

Çizelge 1. En büyük uç yer değiştirmeleri u_b için karışık sonlu elemanlarla ağ yakınsaması.

Serbestlik Derecesi	$(u_b)_l$	$(u_b)_{nl}$	fark ^{1%}	fark ^{2%}
1212	-0.172513	-0.168126	5.96	-2.54
1812	-0.166425	-0.162715	2.55	-2.23
2412	-0.164135	-0.160434	1.11	-2.26
3012	-0.163104	-0.159076	0.25	-2.47
3612	-0.162594	-0.158673		-2.41

*Not: fark^{1%}: geometrik doğrusal olmayan en büyük uç yer değiştirmelerin $(u_b)_{nl}$ 3612 serbestlik derecesi ile elde edilen sonuçlara yüzdesel farkı, ve fark^{2%}: geometrik doğrusal olmayan sonuçların doğrusal analizle elde edilen en büyük uç yer değiştirmelere $(u_b)_l$ yüzdesel farkı ifade etmektedir.

Parametrik Analizler

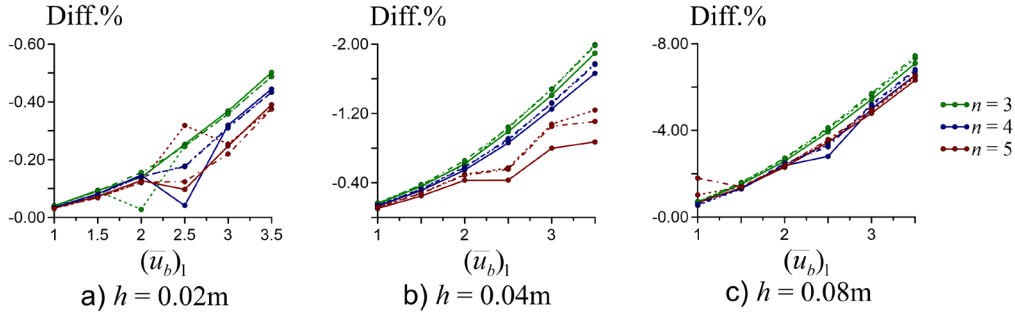
Bu bölümde, yukarıda verilen merkez açısı $\varphi = 90^\circ$, en büyük ve en küçük yarıçap değerleri $R_{\max} = 2\text{m}$ ve $R_{\min} = 1.4\text{m}$, mesnetlenme koşulu, kesit genişliği $w = 0.1\text{m}$, çekirdek ve takviye malzemesi değerleri için sandviç süper-eliptik kirişte süper-eliptiklik derecesinin, kesit kalınlığının ve takviye kalınlığının, geometrik doğrusal olmayan en büyük uç deplasmanının doğrusal analiz sonucuna yüzdesel farkı üzerindeki etkisi incelenmiştir. Süper-eliptiklik derecesi sırasıyla $n = 3, 4$ ve 5 seçilerek, her bir süper-eliptiklik derecesi için kesit kalınlığı sırasıyla $h = 0.02\text{m}$, 0.04m ve 0.08m olarak belirlenmiştir. Her bir süper-eliptiklik derecesi ve kesit kalınlığı için takviye kalınlığı sırasıyla $h_s = 0.0025\text{m}$, 0.0050m ve

0.0075m'dir. Doğrusal analizde en büyük uç deplasmanlarının $(u_b)_1$ kesit yüksekliğinin 1, 1.5, 2, 2.5, 3 ve 3.5 katına karşı gelen yük değerleri kullanılarak elde edilen geometrik doğrusal olmayan en büyük uç deplasman değerleri $(u_b)_{nl}$ Çizelge 2'de verilmektedir.

Doğrusal analizle elde edilen normalize en büyük uç deplasman değerleri $(\bar{u}_b)_1$ ile sembolize edilmektedir. Süper-eliptiklik derecesinin, kesit kalınlığının ve takviye kalınlığının, geometrik doğrusal olmayan deplasmanların doğrusal analizle elde edilen deplasmanlara yüzdesel farkı üzerindeki etkisi Şekil 2'de gösterilmiştir. Süper-eliptiklik derecesi azaldıkça yüzdesel farklar artma eğilimindedir. Bu eğilim doğrusal deplasmanların arttığı durumlarda daha da belirginleşmektedir. Kesit kalınlığının artması, takviye kalınlığından ve süper-eliptiklik derecesinden bağımsız olarak yüzdesel farkları arttırmaktadır. Kesit kalınlığı arttıkça takviye kalınlığının artması yüzdesel farkları artırma eğilimindeyken, kesit kalınlığının azaldığı durumlarda takviye kalınlığının azalmasıyla yüzdesel farklar artma eğilimindedir. Süper-eliptiklik derecesinin azalması ($n = 3$), kesit kalınlığının artması $h = 0.08m$ ve takviye kalınlığının artmasıyla $h_s = 0.0075m$, $(\bar{u}_b)_1 = 3.5$ için yüzde fark -7.45%'e ulaşmaktadır.

Çizelge 2. Geometrik doğrusal olmayan en büyük uç deplasmanları $(u_b)_{nl}$ (metre).

		$(\bar{u}_b)_1 =$						
		1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	
n	h	h_s	$(u_b)_{nl}$					
3	0.02	0.0025	0.019991	0.029973	0.039947	0.049873	0.059776	0.069651
		0.0050	0.019991	0.029974	0.039990	0.049877	0.059785	0.069658
		0.0075	0.019993	0.029971	0.039940	0.049876	0.059786	0.069658
	0.04	0.0025	0.039937	0.059785	0.079505	0.099011	0.118307	0.137344
		0.0050	0.039934	0.059774	0.079516	0.098959	0.118220	0.137208
		0.0075	0.039934	0.059776	0.079474	0.098965	0.118230	0.137225
	0.08	0.0025	0.079470	0.118187	0.155863	0.192153	0.226958	0.260137
		0.0050	0.079444	0.118114	0.155712	0.191877	0.226508	0.259472
		0.0075	0.079433	0.118080	0.155642	0.191743	0.226292	0.259149
	0.02	0.0025	0.019992	0.029976	0.039943	0.049982	0.059808	0.069686
		0.0050	0.019993	0.029977	0.039945	0.049908	0.059814	0.069696
		0.0075	0.019994	0.029975	0.039942	0.049912	0.059814	0.069697
4	0.04	0.0025	0.039947	0.059814	0.079563	0.099141	0.118497	0.137670
		0.0050	0.039943	0.059803	0.079534	0.099110	0.118412	0.137513
		0.0075	0.039944	0.059804	0.079540	0.099092	0.118422	0.137532
	0.08	0.0025	0.079432	0.118434	0.156190	0.194388	0.227987	0.261662
		0.0050	0.079568	0.118443	0.156082	0.193338	0.227656	0.261166
		0.0075	0.079531	0.118398	0.156031	0.193520	0.227497	0.260929
	0.02	0.0025	0.019992	0.029980	0.039950	0.049952	0.059851	0.069725
		0.0050	0.019993	0.029982	0.039950	0.049843	0.059847	0.069734
		0.0075	0.019994	0.029980	0.039952	0.049938	0.059869	0.069735
	0.04	0.0025	0.039958	0.059852	0.079656	0.099570	0.119043	0.138778
		0.0050	0.039953	0.059831	0.079602	0.099429	0.118706	0.138263
		0.0075	0.039953	0.059834	0.079610	0.099444	0.118738	0.138450
5	0.08	0.0025	0.079470	0.118378	0.156311	0.193081	0.228500	0.262319
		0.0050	0.079179	0.118341	0.156227	0.192914	0.228240	0.261904
		0.0075	0.078561	0.118325	0.156187	0.192836	0.228100	0.261706



Şekil 2. Geometrik doğrusal olmayan deplasmanların doğrusal analiz deplasmanlarına yüzdesel farkı. Düz, kesikli ve kısa kesikli çizgiler sırasıyla $h_s = 0.0025\text{m}$, 0.0050m ve 0.0075m 'yi belirtmektedir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, enine izotropik malzemeden üretilmiş sandviç süper-eliptik kirişlerin düzlem dışı yüklemeler altındaki davranışı, karışık sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Von Kármán tipi doğrusal olmayan genlemeler ve klasik çubuk gerilme kabulleri temel alınarak bünye bağıntıları elde edilmiştir. Hellinger-Reissner fonksiyonelinin birinci varyasyonu ile doğrusal olmayan karışık sonlu eleman formülasyonu türetilmiş, her biri 24 serbestlik derecesine sahip iki düğüm noktalı sonlu elemanlar kullanılmıştır. Analiz sonuçları, SOLID186 katı eleman modeliyle karşılaştırılmış oldukça tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca tabakalanma durumu ve süper-eliptiklik derecesinin yapısal deformasyonlara etkisi parametrik olarak değerlendirilmiştir. Süper-eliptiklik derecesi azaldıkça yüzdesel farkların arttığı gözlemlenmiş, bu artış özellikle büyük deplasman durumlarında daha belirgin hale gelmiştir. Kesit kalınlığındaki artış, takviye kalınlığı ve süper-eliptiklik derecesinden bağımsız olarak yüzdesel farkları artırmaktadır. Ayrıca, kesit kalınlığı arttıkça takviye kalınlığı da yüzdesel farkların artmasına katkı sağlarken; kesit kalınlığı azaldığında, takviye kalınlığının azalması da farkların büyümesine neden olmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] G.A. Drosopoulos, G.E. Stavroulakis, Nonlinear Mechanics for Composite Heterogeneous Structures, CRC Press, Boca Raton, 2022. <https://doi.org/10.1201/9781003017240>.
- [2] E. Bozhevolnaya, Y. Frostig, Nonlinear closed-form high-order analysis of curved sandwich panels, Composite Structures 38 (1997) 383–394. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(97\)00073-1](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(97)00073-1).
- [3] Y. Frostig, O. Thomsen, Nonlinear behavior of thermally loaded curved sandwich panels with a transversely flexible core, Journal of Mechanics of Materials and Structures 4 (2009) 1287–1326.
- [4] H. Duan, Nonlinear free vibration analysis of asymmetric thin-walled circularly curved beams with open cross section, Thin-Walled Structures 46 (2008) 1107–1112. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2008.01.002>.
- [5] J.D. Yau, Y.B. Yang, Geometrically nonlinear analysis of planar circular arches based on rigid element concept — A structural approach, Engineering Structures 30 (2008) 955–964. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.06.003>.
- [6] H. Kurtaran, Geometrically nonlinear transient analysis of thick deep composite curved beams with generalized differential quadrature method, Composite Structures 128 (2015) 241–250. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.03.060>.

- [7] C. Li, H.-S. Shen, J. Yang, Design and nonlinear dynamics of FG curved sandwich beams with self-adapted auxetic 3D double-V meta-lattice core, *Engineering Structures* 272 (2022) 115023. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.115023>.
- [8] M.R. Nasri, E. Salari, A. Salari, S.A. Sadough Vanini, Nonlinear bending and buckling analysis of 3D-printed meta-sandwich curved beam with auxetic honeycomb core, *Aerospace Science and Technology* 152 (2024) 109339. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2024.109339>.
- [9] M.M. Serveren, O. Demir, A. Arikoglu, Nonlinear Dynamic Analysis of a Curved Sandwich Beam with a Time-Dependent Viscoelastic Core Using the Generalized Differential Quadrature Method (GDQM), *Symmetry* 16 (2024) 238. <https://doi.org/10.3390/sym16020238>.
- [10] Y. Wen, B. and Li, Rigid body qualified curved beam approach for lateral torsional buckling of arches, *Mechanics Based Design of Structures and Machines* 52 (2024) 6889–6910. <https://doi.org/10.1080/15397734.2023.2294359>.
- [11] R.M. Jones, *Mechanics of composite materials*, 2nd ed, Taylor & Francis, Philadelphia, PA, 1999.
- [12] U.N. Aribas, M. Ermis, N. Eratli, M.H. Omurtag, The static and dynamic analyses of warping included composite exact conical helix by mixed FEM, *Composites Part B: Engineering* 160 (2019) 285–297. <https://doi.org/10/gft72h>.
- [13] U.N. Aribas, M. Ermis, A. Kutlu, N. Eratli, M.H. Omurtag, Forced vibration analysis of composite-geometrically exact elliptical cone helices via mixed FEM, *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 29 (2022) 1456–1474. <https://doi.org/10.1080/15376494.2020.1824048>.
- [14] M. Ermiş, G. Aydoğan, O. Kır, Ü.N. Aribas, M.H. Omurtag, The static and free vibration analyses of axially functionally graded elliptical beams via mixed FEM, *JSEAM* 5 (2022) 22–39. <https://doi.org/10.31462/jseam.2022.01022039>.
- [15] C. Aksoylar, Anlık Basınç Yüğü Etkisindeki Kompozit Plakların Doğrusal Olmayan Dinamik Davranışının Sonlu Elemanlarla Çözümü, *Fen Bilimleri Enstitüsü*, 2010. <http://hdl.handle.net/11527/7074> (accessed March 13, 2025).
- [16] Y. Basar, W.B. Krätzig, *Mechanik der Flächentragwerke: Theorie, Berechnungsmethoden, Anwendungsbeispiele*, Springer-Verlag, 2013.
- [17] Doğruoğlu Ali N., Omurtag Mehmet H., Stability analysis of composite-plate foundation interaction by mixed fem, *Journal of Engineering Mechanics* 126 (2000) 928–936. <https://doi.org/10/crgqfs>.